

AO 入試 サンプル問題

次の [I] と [II] に答えよ。答えだけでなく、解答の過程も書くこと。

[I] 以下の極限と定積分を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{1 - \cos x} \quad (3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \cdots + \sqrt{\frac{n}{n}} \right)$$

$$(4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin x \cos x dx \quad (5) \int_0^1 x e^{-x} dx$$

[II] xy 平面上の曲線 $C: y = x e^{-x}$ ($x \geq 0$) について考える。

- (1) C 上の点 $(t, t e^{-t})$ における C の接線の方程式を t を用いて表せ。
- (2) a を実数とすると、 $(0, a)$ から C へちょうど 2 本の接線が引けるような a の値の範囲を求めよ。