京都産業大学　一般入試対策講座
（理系数学）

π

1 出題傾向

2 過去問題の解説

3 合格に向けて

１．出題傾向

1　出題傾向

π

2022年度の出題内容

1月27日	1月28日	2月2日
・ベクトル，確率，複素数，対数関数，微分法 ・数列 ・微分法・積分法	・多項式，ベクトル，数列，複素数，三角関数 ・数列 ・微分法・積分法	・数と式，ベクトル，複素数，三角関数，場合の数 ・数列 ・微分法・積分法

1　出題傾向

2022年度の出題内容

2月3日	2月16日	3月10日
・図形と方程式，確率，複素数，指数・対数関数，積分法 ・二次曲線 ・ベクトル	・複素数，整数，確率，極限，三角関数 ・ベクトル ・微分法・積分法	・ベクトル，二項定理，集合と論理，三角比，積分法 ・複素数 ・微分法・積分法

２．過去問題の解説

2　過去問題の解説

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

xy 平面上の曲線 $C : y = \log(1+x^2)$ を考える。ただし log は自然対数であり，自然対数の底は e とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 0$ となるような x の値を求めよ。

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 0$ となるような x の値を求めよ。

(3) C 上の点 $\mathrm{P}(t, \log(1+t^2))$ における C の接線 l の方程式を求めよ。ただし $t \geqq 0$ とする。

(4) $t \geqq 0$ のとき，l が y 軸と交わる点 Q の y 座標を $f(t)$ とする。$f(t)$ の最小値とそのときの t の値 t_0 を求めよ。

(5) $t = t_0$ のとき，C と l および y 軸で囲まれた部分を y 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積を求めよ。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

xy 平面上の曲線 $C: y = \log(1+x^2)$ を考える。ただし $\log$ は自然対数であり，自然対数の底は e とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{dy}{dx} = 0$ となるような x の値を求めよ。

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 0$ となるような x の値を求めよ。

≪解説≫

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x}{1+x^2}$

より，$\dfrac{dy}{dx} = 0$ となる x の値は $x = 0$ である。

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{2(1+x^2) - 2x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \dfrac{-2(x+1)(x-1)}{(1+x^2)^2}$

より，$\dfrac{d^2y}{dx^2} = 0$ となる x の値は $x = \pm 1$ である。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

xy 平面上の曲線 $C : y = \log(1+x^2)$ を考える。ただし $\log$ は自然対数であり，自然対数の底は e とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(3) C 上の点 $\mathrm{P}(t, \log(1+t^2))$ における C の接線 l の方程式を求めよ。ただし $t \geqq 0$ とする。

(4) $t \geqq 0$ のとき，l が y 軸と交わる点 Q の y 座標を $f(t)$ とする。$f(t)$ の最小値とそのときの t の値 t_0 を求めよ。

(3)

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{2t}{1+t^2}(x-t) + \log(1+t^2) \\
&= \frac{2t}{1+t^2}x - \frac{2t^2}{1+t^2} + \log(1+t^2)
\end{aligned}
$$

2　過去問題の解説

π

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

xy 平面上の曲線 $C : y = \log(1+x^2)$ を考える。ただし log は自然対数であり，自然対数の底は e とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(3) C 上の点 $\mathrm{P}(t, \log(1+t^2))$ における C の接線 l の方程式を求めよ。ただし $t \geqq 0$ とする。

(4) $t \geqq 0$ のとき，l が y 軸と交わる点 Q の y 座標を $f(t)$ とする。$f(t)$ の最小値とそのときの t の値 t_0 を求めよ。

(4) (3) の結果において $x = 0$ とすると，

$$f(t) = -\frac{2t^2}{1+t^2} + \log(1+t^2)$$

となる。これを t で微分すると，

$$\begin{aligned} f'(t) &= -\frac{4t(1+t^2) - 2t^2 \cdot 2t}{(1+t^2)^2} + \frac{2t}{1+t^2} \\ &= \frac{-4t - 4t^3 + 4t^3 + 2t + 2t^3}{(1+t^2)^2} \\ &= \frac{2t(t+1)(t-1)}{(1+t^2)^2} \end{aligned}$$

t	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(t)$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$		$\searrow$		$\nearrow$

よって，$f(t)$ は $t = t_0 = 1$ のとき，最小値 $f(1) = \log 2 - 1$ をとる。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

xy 平面上の曲線 $C: y = \log(1 + x^2)$ を考える。ただし $\log$ は自然対数であり，自然対数の底は e とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(5) $t = t_0$ のとき，C と l および y 軸で囲まれた部分を y 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積を求めよ。

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x}{1+x^2}$

より，$\dfrac{dy}{dx} = 0$ となる x の値は $x = 0$ である。

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{2(1+x^2) - 2x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \dfrac{-2(x+1)(x-1)}{(1+x^2)^2}$

より，$\dfrac{d^2y}{dx^2} = 0$ となる x の値は $x = \pm 1$ である。

(5)　(1)，(2) より，C の増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$\frac{dy}{dx}$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$\frac{d^2y}{dx^2}$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
y	↘	$\log 2$	↘	0	↗	$\log 2$	↗

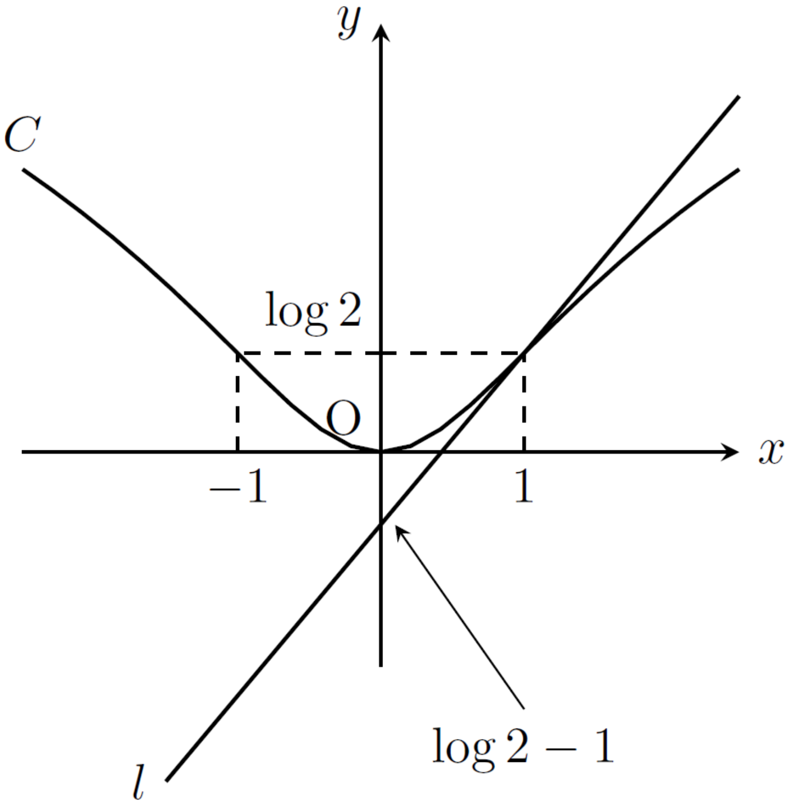
2　過去問題の解説

π

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

xy 平面上の曲線 $C: y=\log(1+x^2)$ を考える。ただし log は自然対数であり，自然対数の底は e とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(5) $t=t_0$ のとき，C と l および y 軸で囲まれた部分を y 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積を求めよ。



求める体積を V とすると，

$$
\begin{aligned}
V &= \frac{1}{3}\left(1^2\cdot\pi\right)\cdot 1 - \int_0^{\log 2} \pi x^2 dy \\
&= \frac{\pi}{3} - \pi\int_0^{\log 2}\left(e^y - 1\right) dy \\
&= \frac{\pi}{3} - \pi\Big[e^y - y\Big]_0^{\log 2} \\
&= \frac{\pi}{3} - \pi\left\{(2-\log 2) - 1\right\} = \left(\log 2 - \frac{2}{3}\right)\pi
\end{aligned}
$$

2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　2/3 $\boxed{\text{II}}$

xy 平面上の楕円 $E : \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > b > 0)$ を考える。$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ の両辺を x について微分すると，$y \neq 0$ のとき，$y' = \boxed{\text{(ア)}}$ である。E 上の点 $(x_0,\ y_0) \ \ (y_0 \neq 0)$ における E の接線の方程式は $\boxed{\text{(イ)}}$ である。

E 上の点 P の座標を $(a\cos\theta,\ b\sin\theta)\ \left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。点 P における接線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。Q の座標は $\boxed{\text{(ウ)}}$，R の座標は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。$\triangle$OQR の面積の最小値は $\boxed{\text{(オ)}}$ である。QR^2 を a，b，$\tan\theta$ を用いて表すと，$\boxed{\text{(カ)}}$ である。QR の最小値は $\boxed{\text{(キ)}}$ である。

2　過去問題の解説

π

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　2/3 Ⅱ

xy 平面上の楕円 $E : \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \ \ (a > b > 0)$ を考える。$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ の両辺を x について微分すると，$y \neq 0$ のとき，$y' = \boxed{\text{（ア）}}$ である。E 上の点 $(x_0,\ y_0) \ \ (y_0 \neq 0)$ における E の接線の方程式は $\boxed{\text{（イ）}}$ である。

≪解説≫

$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ の両辺を x について微分すると，

$$\frac{2x}{a^2} + \frac{2y}{b^2} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{b^2x}{a^2y}$$

であるから，

$$y' = -\frac{b^2x}{a^2y} \quad \cdots(\text{ア})$$

となる。

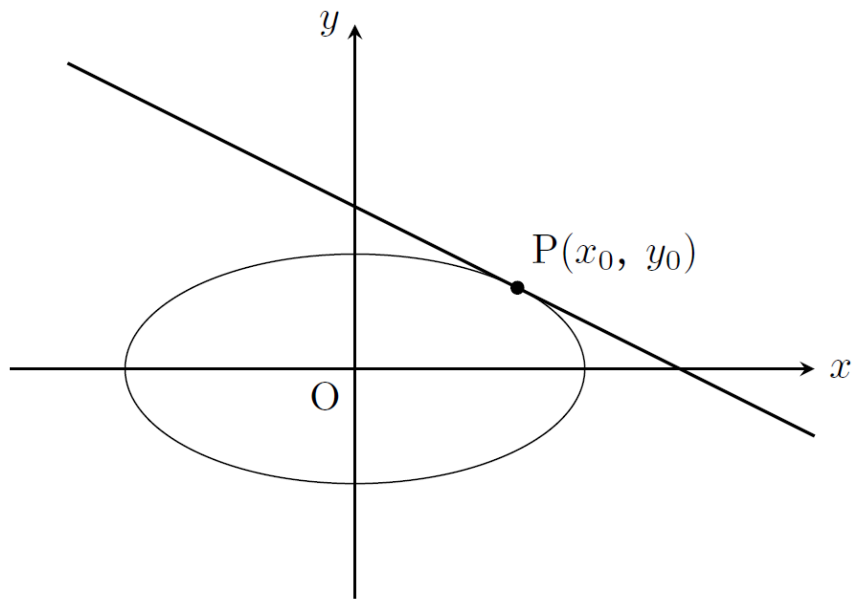
2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　2/3 Ⅱ

xy 平面上の楕円 $E : \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \ \ (a > b > 0)$ を考える。$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ の両辺を x について微分すると，$y \neq 0$ のとき，$y' = \boxed{\text{（ア）}}$ である。E 上の点 $(x_0, y_0) \ \ (y_0 \neq 0)$ における E の接線の方程式は $\boxed{\text{（イ）}}$ である。

また，E 上の点 (x_0, y_0) における接線の方程式は，

$$y = -\frac{b^2x_0}{a^2y_0}(x - x_0) + y_0$$



これを展開して整理すると，

$$a^2y_0y = -b^2x_0x + b^2x_0^2 + a^2y_0^2$$

$$\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2}$$

ここで，点 (x_0, y_0) は楕円上の点なので，

$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$$

である。よって，

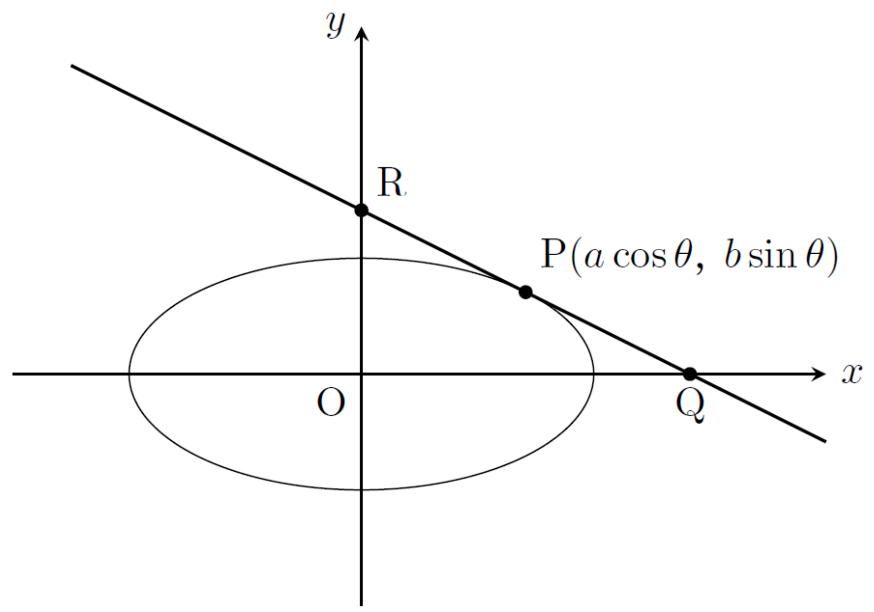
$$\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1 \quad \cdots(\text{イ})$$

を得る。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　2/3 Ⅱ

E 上の点 P の座標を $(a\cos\theta,\ b\sin\theta)$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。点 P における接線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。Q の座標は $\boxed{\text{(ウ)}}$，R の座標は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。△OQR の面積の最小値は $\boxed{\text{(オ)}}$ である。QR^2 を a, b, $\tan\theta$ を用いて表すと，$\boxed{\text{(カ)}}$ である。QR の最小値は $\boxed{\text{(キ)}}$ である。



E 上の点 $\mathrm{P}(a\cos\theta,\ b\sin\theta)$ における接線の方程式は, (イ) より,

$$\frac{(a\cos\theta)x}{a^2}+\frac{(b\sin\theta)y}{b^2}=1$$
$$\therefore\quad \frac{\cos\theta}{a}x+\frac{\sin\theta}{b}y=1$$

$y=0,\ x=0$ とすると,

$$\mathrm{Q}\left(\frac{a}{\cos\theta},\ 0\right),\ \mathrm{R}\left(0,\ \frac{b}{\sin\theta}\right)\quad\cdots(\text{ウ}),\ (\text{エ})$$

である。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　2/3 Ⅱ

E 上の点 P の座標を $(a\cos\theta,\ b\sin\theta)$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。点 P における接線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。Q の座標は $\boxed{\text{(ウ)}}$，R の座標は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。△OQR の面積の最小値は $\boxed{\text{(オ)}}$ である。QR^2 を a, b, $\tan\theta$ を用いて表すと，$\boxed{\text{(カ)}}$ である。QR の最小値は $\boxed{\text{(キ)}}$ である。

$\dfrac{a}{\cos\theta}>0$, $\dfrac{b}{\sin\theta}>0$ より，△OQR の面積を S とすると，

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{\cos\theta}\cdot\frac{b}{\sin\theta}\\
&= \frac{ab}{2\sin\theta\cos\theta}\\
&= \frac{ab}{\sin 2\theta}
\end{aligned}
$$

となる。

ここで，$0<2\theta<\pi$ より，$2\theta=\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\sin 2\theta$ は最大値 1 をとる。

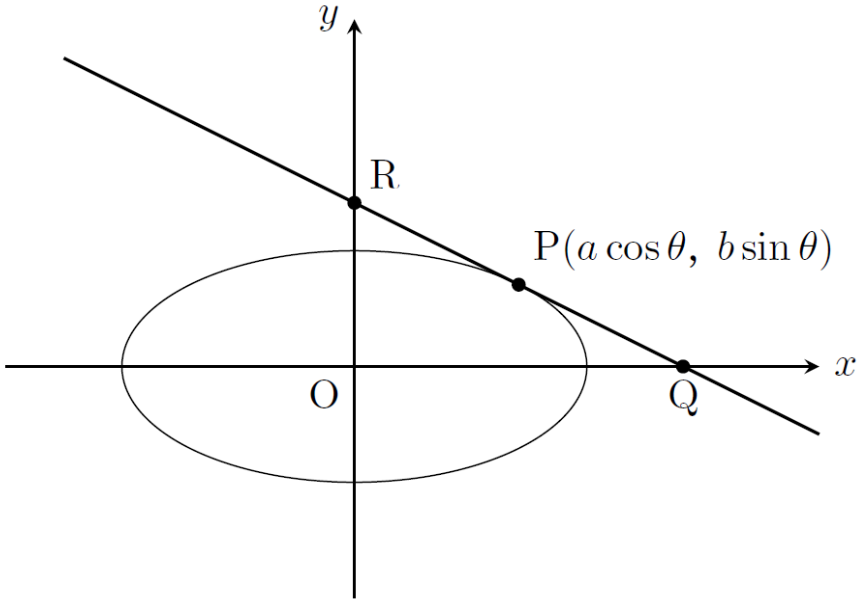
したがって，$\theta=\dfrac{\pi}{4}$ のとき，S は最小値

$$ab \quad \cdots\text{(オ)}$$

2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　2/3 Ⅱ

E 上の点 P の座標を $(a\cos\theta,\ b\sin\theta)$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。点 P における接線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。Q の座標は $\boxed{\text{(ウ)}}$，R の座標は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。$\triangle$OQR の面積の最小値は $\boxed{\text{(オ)}}$ である。QR^2 を a, b, $\tan\theta$ を用いて表すと，$\boxed{\text{(カ)}}$ である。QR の最小値は $\boxed{\text{(キ)}}$ である。



$$\mathrm{Q}\left(\frac{a}{\cos\theta},\ 0\right),\ \mathrm{R}\left(0,\ \frac{b}{\sin\theta}\right)\quad\cdots\text{(ウ), (エ)}$$

2 過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　2/3 Ⅲ

E 上の点 P の座標を $(a\cos\theta,\ b\sin\theta)$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。点 P における接線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。Q の座標は $\boxed{\text{(ウ)}}$，R の座標は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。△OQR の面積の最小値は $\boxed{\text{(オ)}}$ である。QR^2 を a, b, $\tan\theta$ を用いて表すと，$\boxed{\text{(カ)}}$ である。QR の最小値は $\boxed{\text{(キ)}}$ である。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{QR}^2 &= \frac{a^2}{\cos^2\theta}+\frac{b^2}{\sin^2\theta}\\
&= a^2\left(1+\tan^2\theta\right)+b^2\left(1+\frac{1}{\tan^2\theta}\right)\\
&= a^2+b^2+a^2\tan^2\theta+\frac{b^2}{\tan^2\theta} \qquad \cdots(\text{カ})
\end{aligned}
$$

$a^2\tan^2\theta>0,\ \dfrac{b^2}{\tan^2\theta}>0$ だから，相加・相乗平均の不等式より，

$$
\begin{aligned}
a^2\tan^2\theta+\frac{b^2}{\tan^2\theta} &\geqq 2\sqrt{a^2\tan^2\theta\cdot\frac{b^2}{\tan^2\theta}}\\
&= 2ab
\end{aligned}
$$

$$
a^2+b^2+a^2\tan^2\theta+\frac{b^2}{\tan^2\theta}\geqq a^2+b^2+2ab
$$

$$
\therefore\quad \mathrm{QR}^2\geqq(a+b)^2
$$

となり，$\mathrm{QR}>0$ より，$\mathrm{QR}\geqq a+b$ を得る。
等号は，

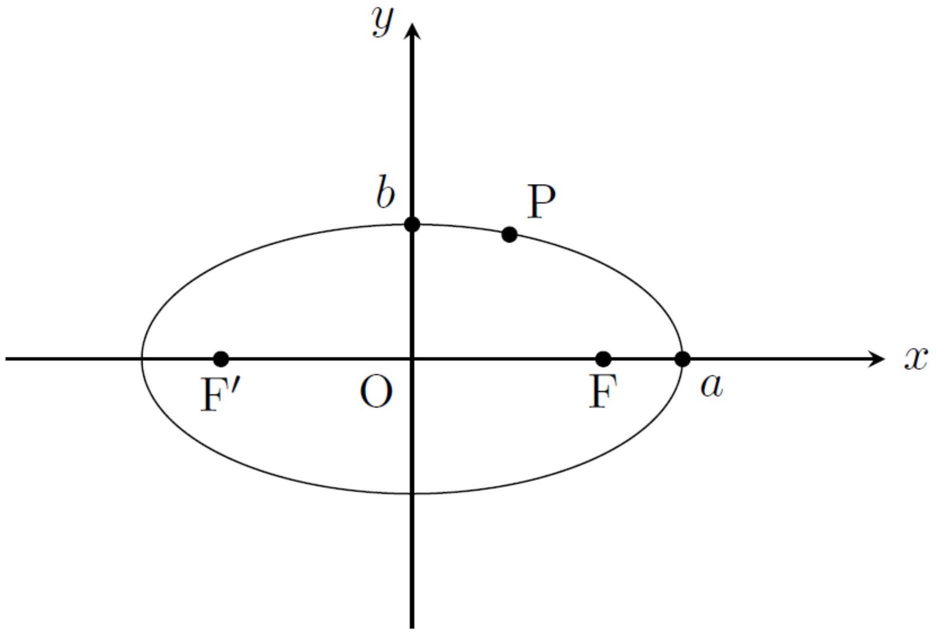
$$
\begin{aligned}
a^2\tan^2\theta &= \frac{b^2}{\tan^2\theta}\\
\tan^4\theta &= \frac{b^2}{a^2}
\end{aligned}
$$

$\tan\theta>0$ より，$\tan\theta=\sqrt{\dfrac{b}{a}}$ のとき成立する。
以上より，QR の最小値は，

$$
a+b \qquad \cdots(\text{キ})
$$

2　過去問題の解説

✓ 楕円 $(a > b > 0)$



① 図形的定義

② 標準形

③ 焦点の座標

④ 接線の式

⑤ 媒介変数表示

３．合格にむけて

3　合格に向けて

合格！

当日の時間配分には
細心の注意を

過去問題
の演習

数学Ⅲ及びBの早期終了

- Focus Gold (啓林館)
- New Action Legend (東京書籍)
- 黄チャート (数研出版)　など

受講に興味をお持ちの方は

info@veritas.bz または info@v-a-l.jp までお問い合わせ下さい。

英数国理社
ベリタスアカデミーの動画
に興味がある

YES

自分１人で自宅で
続ける自信がある

YES

オンライン受講

NO

ベリタスアカデミー
直営塾VAL（東山駅）に通える
範囲に住んでいる

YES

通塾＋オンライン受講

NO

オンライン受講

全国の導入塾を
検索して
問い合わせ