京都産業大学　一般入試対策講座
（文系数学）

π

1 出題傾向

2 過去問題の解説

3 合格に向けて

１．出題傾向

1　出題傾向

π

2022年度の出題内容

1月27日	1月28日	2月2日
・数と式, 指数・対数関数, 図形の性質, 場合の数, 数列 ・ベクトル ・微分法	・数と式, 因数定理, 三角関数, 対数関数, 因数定理 ・数列 ・微分法と積分法	・数と式, 三角関数, 因数定理, 対数関数, 因数定理 ・ベクトル ・微分法と積分法

1　出題傾向

π

2022年度の出題内容

2月3日	2月16日	3月10日
・数と式, 三角比, 対数関数, 数列, データの分析 ・確率 ・微分法と積分法	・数と式, 場合の数, 三角関数, データの分析, 微分法と積分法 ・対数関数 ・微分法と積分法	・三角関数, 整数, 指数関数, 確率, 積分法 ・ベクトル ・三角比

２．過去問題の解説

2　過去問題の解説

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅱ

2 つの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ はともに整数の列で

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^n = a_n + \sqrt{3}b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たしている。以下では，$\sqrt{3}$ が無理数であることを用いてもよい。

(i) a_4 の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。b_4 の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ について

$$a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{ウ}}\, b_n$$
$$b_{n+1} = a_n + \boxed{\text{エ}}\, b_n$$

が成立するので，数列 $\{a_n - \sqrt{3}b_n\}$ の一般項は

$$a_n - \sqrt{3}b_n = \left(\boxed{\text{オ}}\right)^n$$

となる。

(iii) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{1}{\boxed{\text{カ}}}\left\{\left(\boxed{\text{キ}}\right)^n + \left(\boxed{\text{ク}}\right)^n\right\}$$
$$b_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{6}\left\{\left(\boxed{\text{キ}}\right)^n - \left(\boxed{\text{ク}}\right)^n\right\}$$

である。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

2 つの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ はともに整数の列で

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^n = a_n + \sqrt{3}b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たしている。以下では，$\sqrt{3}$ が無理数であることを用いてもよい。

(i) a_4 の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。b_4 の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ について

$$a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{ウ}}\,b_n$$
$$b_{n+1} = a_n + \boxed{\text{エ}}\,b_n$$

(i) $(2+\sqrt{3})^n = a_n + \sqrt{3}b_n \quad \cdots(*)$ において，$n = 4$ とすると，

$$\begin{aligned} a_4 + \sqrt{3}b_4 &= \left(2+\sqrt{3}\right)^4 \\ &= (7+4\sqrt{3})^2 \\ &= 97 + 56\sqrt{3} \end{aligned}$$

a_4，b_4 は整数，$\sqrt{3}$ は無理数だから，

$$a_4 = 97,\ b_4 = 56 \quad \cdots(\text{ア}),\ (\text{イ})$$

2　過去問題の解説

π

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅱ

2 つの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ はともに整数の列で

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^n = a_n + \sqrt{3}b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(ii) $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ について

$$a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{ウ}}\, b_n$$
$$b_{n+1} = a_n + \boxed{\text{エ}}\, b_n$$

が成立するので，数列 $\{a_n - \sqrt{3}b_n\}$ の一般項は

$$a_n - \sqrt{3}b_n = \left(\boxed{\text{オ}}\right)^n$$

(ii) $(*)$ において，n を $n+1$ とすると，

$$\begin{aligned} a_{n+1} + \sqrt{3}b_{n+1} &= \left(2+\sqrt{3}\right)^{n+1} \\ &= (2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})^n \\ &= (2+\sqrt{3})(a_n+\sqrt{3}b_n) \\ &= (2a_n+3b_n)+(a_n+2b_n)\sqrt{3} \end{aligned}$$

a_n，b_n，a_{n+1}，b_{n+1} は整数，$\sqrt{3}$ は無理数だから，

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n + 3b_n \\ b_{n+1} = a_n + 2b_n \end{cases} \quad \cdots(\text{ウ}),\ (\text{エ})$$

2　過去問題の解説

π

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅱ

2 つの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ はともに整数の列で

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^n = a_n + \sqrt{3}b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(ii) $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ について

$$a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{ウ}}\, b_n$$
$$b_{n+1} = a_n + \boxed{\text{エ}}\, b_n$$

が成立するので，数列 $\{a_n - \sqrt{3}b_n\}$ の一般項は

$$a_n - \sqrt{3}b_n = \left(\boxed{\text{オ}}\right)^n$$

$$\begin{aligned} a_{n+1} - \sqrt{3}b_{n+1} &= (2a_n + 3b_n) - \sqrt{3}(a_n + 2b_n) \\ &= (2-\sqrt{3})a_n - \sqrt{3}(2-\sqrt{3})b_n \\ &= (2-\sqrt{3})(a_n - \sqrt{3}b_n) \end{aligned}$$

よって，数列 $\{a_n - \sqrt{3}b_n\}$ は初項 $a_1 - \sqrt{3}b_1 = 2-\sqrt{3}$，公比 $2-\sqrt{3}$ の等比数列だから，

$$\begin{aligned} a_n - \sqrt{3}b_n &= (2-\sqrt{3}) \cdot (2-\sqrt{3})^{n-1} \\ &= (2-\sqrt{3})^n \quad \cdots(\text{オ}) \end{aligned}$$

2　過去問題の解説

π

過去問題の解説 1: 2022 京都産業大　1/28 Ⅱ

2 つの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ はともに整数の列で

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^n = a_n + \sqrt{3}b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(iii) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{1}{\boxed{\text{カ}}}\left\{\left(\boxed{\text{キ}}\right)^n + \left(\boxed{\text{ク}}\right)^n\right\}$$

$$b_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{6}\left\{\left(\boxed{\text{キ}}\right)^n - \left(\boxed{\text{ク}}\right)^n\right\}$$

である。

(iii) 以上より,

$$\begin{cases} a_n + \sqrt{3}b_n = (2+\sqrt{3})^n & \cdots ① \\ a_n - \sqrt{3}b_n = (2-\sqrt{3})^n & \cdots ② \end{cases}$$

① + ② より,

$$2a_n = (2+\sqrt{3})^n + (2-\sqrt{3})^n$$

$$a_n = \frac{1}{2}\left\{(2+\sqrt{3})^n + (2-\sqrt{3})^n\right\} \quad \cdots(カ)\sim(ク)$$

① − ② より,

$$2\sqrt{3}b_n = (2+\sqrt{3})^n - (2-\sqrt{3})^n$$

$$b_n = \frac{\sqrt{3}}{6}\left\{(2+\sqrt{3})^n - (2-\sqrt{3})^n\right\} \quad \cdots(ケ)$$

である。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

原点を O とする xy 平面上に放物線 $C: y=-2x^2+5x$ があり，C 上の点 A において傾き 1 の直線 l が接している。O とも A とも異なる C 上の点 P があり，直線 AP と l のなす角と直線 OA と l のなす角が等しいとする。ただし，2 直線のなす角は 90° 以下をとるものとする。

(i) C の頂点の座標は $\boxed{\text{ア}}$ である。A の座標は $\boxed{\text{イ}}$ である。l の方程式は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(ii) l に関して O と対称な点を Q とする。Q の座標は $\boxed{\text{エ}}$ である。直線 QA の方程式は $\boxed{\text{オ}}$ である。P の座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(iii) C と直線 OA で囲まれる図形の面積と，C と直線 AP で囲まれる図形の面積の和を求めよ。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

原点を O とする xy 平面上に放物線 $C : y = -2x^2 + 5x$ があり，C 上の点 A において傾き 1 の直線 l が接している。O とも A とも異なる C 上の点 P があり，直線 AP と l のなす角と直線 OA と l のなす角が等しいとする。ただし，2 直線のなす角は 90° 以下をとるものとする。

(i) C の頂点の座標は $\boxed{\text{ア}}$ である。A の座標は $\boxed{\text{イ}}$ である。l の方程式は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(i) $f(x) = -2x^2 + 5x$ とおく。$f'(x) = -4x + 5$ である。

$$f(x) = -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{25}{8}$$

より，C の頂点の座標は

$$\left(\frac{5}{4}, \frac{25}{8}\right) \quad \cdots(\text{ア})$$

である。A の座標を $(t,\ f(t))$ とおくと，点 A における $y = f(x)$ の接線の方程式は，

$$\begin{aligned} y &= (-4t+5)(x-t) - 2t^2 + 5t \\ &= (-4t+5)x + 2t^2 \end{aligned}$$

点 A における接線の傾きが 1 であるから，

$$\begin{aligned} -4t + 5 &= 1 \\ \therefore \quad t &= 1 \end{aligned}$$

したがって，

$$\text{A}(1,\ 3),\ l : y = x + 2 \quad \cdots(\text{イ}),\ (\text{ウ})$$

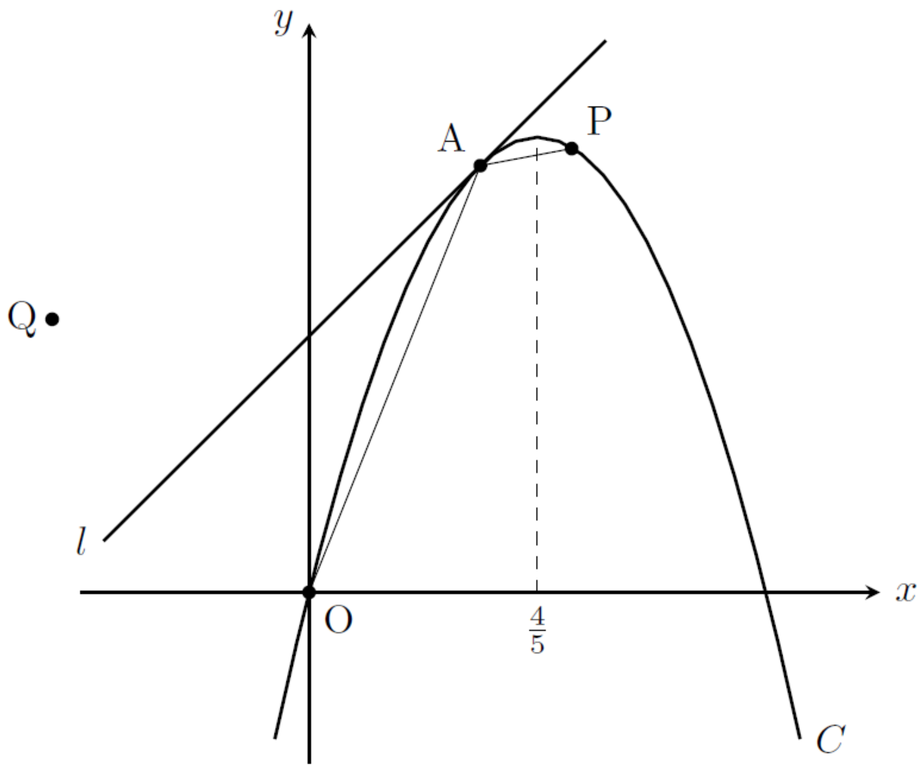
を得る。

2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

(ii) l に関して O と対称な点を Q とする。Q の座標は $\boxed{\text{エ}}$ である。直線 QA の方程式は $\boxed{\text{オ}}$ である。P の座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(ii)

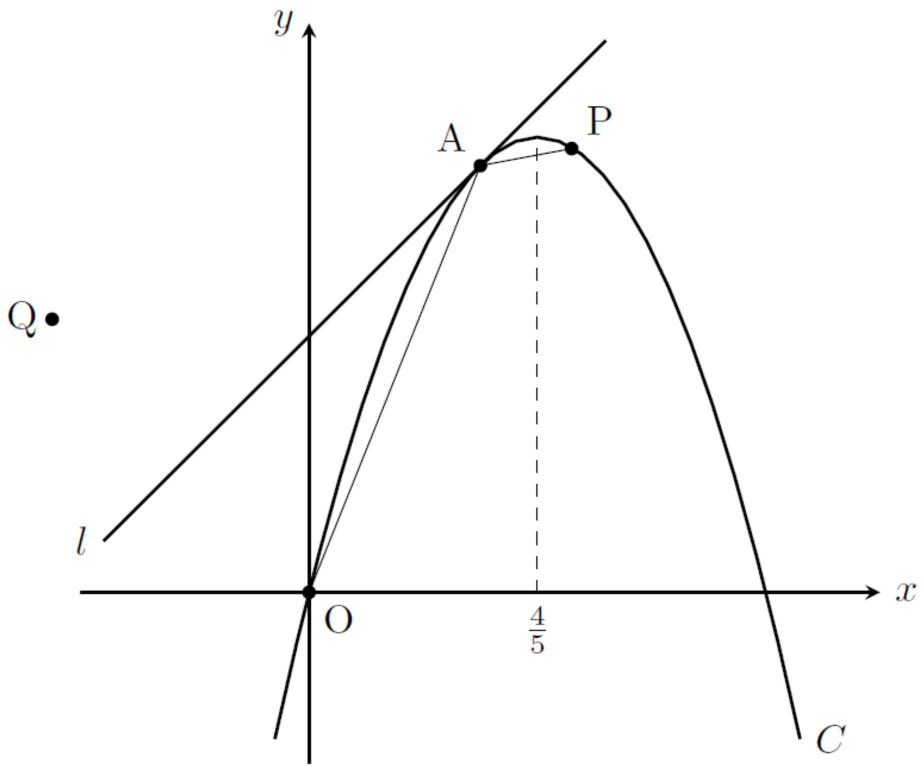


2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

(ii) l に関して O と対称な点を Q とする。Q の座標は $\boxed{\text{エ}}$ である。直線 QA の方程式は $\boxed{\text{オ}}$ である。P の座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(ii)



$Q(X,\ Y)$ とおく。OQ と l は直交するから,

$$\frac{Y}{X}=-1$$

$$\therefore\quad Y=-X\quad\cdots①$$

2 点 O, Q の中点 $\left(\frac{X}{2},\ \frac{Y}{2}\right)$ は l 上の点だから,

$$\frac{Y}{2}=\frac{X}{2}+2$$

$$\therefore\quad Y=X+4\quad\cdots②$$

①, ② より,

$$X=-2,\ Y=2$$

したがって,

$$Q(-2,\ 2)\quad\cdots(\text{エ})$$

である。また, A(1, 3) であるから, 直線 QA の方程式は,

$$y=\frac{1}{3}(x-1)+3$$

より,

$$y=\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}\quad\cdots(\text{オ})$$

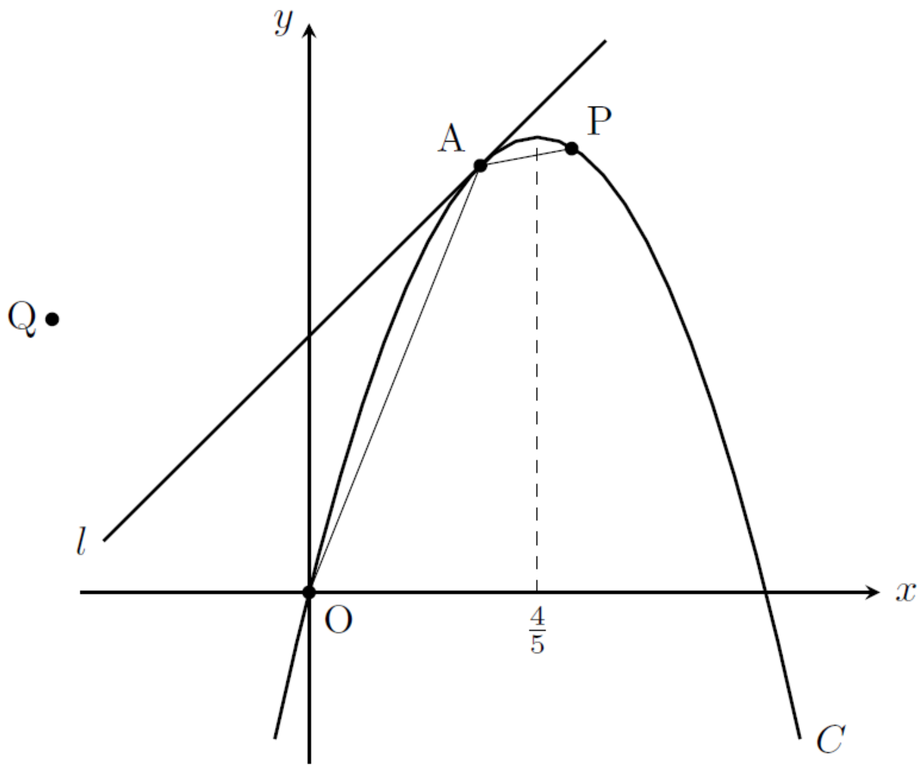
2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

(ii) l に関して O と対称な点を Q とする。Q の座標は $\boxed{\text{エ}}$ である。直線 QA の方程式は $\boxed{\text{オ}}$ である。P の座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(iii) C と直線 OA で囲まれる図形の面積と，C と直線 AP で囲まれる図形の面積の和を求めよ。

(ii)



直線 QA と放物線 C を連立すると，

$$
\begin{aligned}
-2x^2+5x &= \frac{1}{3}x+\frac{8}{3}\\
2x^2-\frac{14}{3}x+\frac{8}{3} &= 0\\
3x^2-7x+4 &= 0\\
(3x-4)(x-1) &= 0\\
\therefore \quad x &= 1,\ \frac{4}{3}
\end{aligned}
$$

したがって，P の座標は，

$$\mathrm{P}\left(\frac{4}{3},\ \frac{28}{9}\right) \quad \cdots(\text{カ})$$

2　過去問題の解説

過去問題の解説 2: 2022 京都産業大　1/28 Ⅲ

(iii) C と直線 OA で囲まれる図形の面積と，C と直線 AP で囲まれる図形の面積の和を求めよ。

(iii) (i)，(ii) より，

$$\text{直線 OA}: y = 3x$$
$$\text{直線 AP}: y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$$

である。よって，求める面積は，

$$\int_0^1 \{(-2x^2+5x)-3x\}\,dx + \int_1^{\frac{4}{3}} \left\{(-2x^2+5x)-\left(\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}\right)\right\} dx$$
$$= \int_0^1 (-2x^2+2x)dx + \int_1^{\frac{4}{3}} \left(-2x^2+\frac{14}{3}x-\frac{8}{3}\right) dx$$
$$= -2\int_0^1 x(x-1)dx - 2\int_1^{\frac{4}{3}} \left(x-\frac{4}{3}\right)(x-1)dx$$
$$= \frac{1}{3}(1-0)^3 + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}-1\right)^3$$
$$= \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{27}\right)$$
$$= \frac{28}{81} \quad \cdots \text{(iii)}$$

３．合格にむけて

3　合格に向けて

合格！

当日の時間配分には細心の注意を

過去問題の演習

網羅系の参考書の活用

- Focus Gold (啓林館)
- New Action Legend (東京書籍)
- 黄チャート (数研出版)　　　　など

受講に興味をお持ちの方は

info@veritas.bz または info@v-a-l.jp までお問い合わせ下さい。