博士学位論文

内容の要旨及び審査の結果の要旨

第27号

2008年9月

京都産業大学

はしがき

本号は，学位規則（昭和28年4月1日文部省令第9号）第8条の規定による公表を目的とし，平成20年9月20日に本学において博士の学位を授与した者の論文内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を収録したものである。

学位番号に付した乙は，学位規則第4条第2項によるもの（いわゆる論文博士）である。

目　次

論文博士

氏　名（本　籍）	西田　耕三（大阪府）
博士（専攻分野）	博士（物理学）
学位記番号	乙理第10号
学位授与年月日	平成20年9月20日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
論文題目	Gauge Fields with Spinor Structures
論文審査委員	主　査　　曽我見　郁夫　教授
	副　査　　益川　敏英　教授
	〃　　原　哲也　教授

論文内容の要旨

繰り込み可能な場の量子論は、自然界の基本構造を解明する最も堅固な理論形式である。とくに、ゲージ場の量子論は素粒子の（重力を除く）すべての相互作用が関わる現象を極めて高い精度で記述することが出来る。すなわち、強い相互作用と電弱相互作用によって引き起こされる現象は、それぞれ、カラー $\mathrm{SU_c(3)}$ 群と Weinberg-Salam $\mathrm{SU_L(2)\times U_{\mathit{Y}}(1)}$ 群の対称性に伴うゲージ場によって記述される。対称群 $\mathrm{SU_c(3)\times SU_L(2)\times U_{\mathit{Y}}(1)}$ に基づくゲージ場の量子論である『素粒子の標準モデル』の予言は、現時点までに行われた実験によって、唯一つの例外を除きすべて実証されているのである。その残された予言は、ヒッグス粒子の存在に関わるものであり、現在、ヨーロッパ高エネルギー実験センター（CERN）で、そのための検証実験（LHC）が遂行されようとしている。

標準モデルは、時空の対称性を司るローレンツ群の下で、スピノール、ベクトルおよびスカラーとして変換する３種類の場から構成される。スピノール場は、物質の基本構成要素でありフェルミ統計に従うクォークおよびレプトンを表現する。他方、ベクトル場とスカラー場はボーズ統計に従い、それぞれ、素粒子の基本相互作用を媒介するゲージ場とゲージ対称性を破り素粒子に質量を付与するヒッグス場を記述する。ヒッグス粒子は、Weinberg-Salam の対称性が破れた後にヒッグス場の残滓として出現する素粒子であり、その存在は標準モデルの当然の帰結と見なされている。しかしながら、その質量値を標準モデルは予言することが出来ない。

この標準モデルの限界は、ヒッグス場を導入する原理の欠落に由来する。ゲージ場の相互作用は対称性に基づき一意的に決定されるのに対して、ヒッグス場の相互作用に制限を与える原理は全く見出されていないのである。このモデルの欠陥を補う一つの方法として、ヒッグス場を同じボーズ統計に従う“ゲージ場に擬して取り扱おうとする理論”が提起されてきた。本学位申請論文の主たる目的は、ゲージ場とヒッグス場を統一的に記述するために提唱された『一般化さ

れた共変微分』の形式を更に拡張して、ゲージ場とヒッグス場を成分とする『一般化された行列形式の場』を導入し、標準モデルを含む左右対称なゲージ場理論を考察することにある。更に、副次的な主題として、本論文はゲージ場とスピン接続の関係をも取り扱っている。論文は、学術専門誌『理論物理の進歩』に発表された

Kohzo NISHIDA,

"Gauge Fields with Spinor Structures",

Progress of Theoretical Physics, Vol. 118, No. 5 (2007), 903

である。以下に、論文内容の要旨を述べる。

• 第1節の導入部では、本論文の動機付けと理論展開の基礎となる研究の流れが簡潔に述べられている。それらは、Faddeev (1999) 等の『ゲージ場の分解とスピン接続の結び付き』に関する研究であり、Sogami (1995) による『一般化された共変微分』に基づく標準モデルの再定式化である。一般化された共変微分は、ゲージ場と共に、ディラックのガンマ行列 γ_μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) によって担われたヒッグス場を含む。そのため、共変微分の交換子によって定義される曲率テンソルは、ゲージ場とヒッグス場の強度を併せて含むように一般化される。論文の具体的な構成は、専ら、この一般化された共変微分の形式を更に拡張するという形で行われる。また、ここで、論文の構成と結果が簡単に述べられている。

• 第2節では、U(1) 対称性をもつフェルミ系のゲージ構造が考察されている。フェルミ場の運動項のラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu[\,\partial_\mu - igA(x)\gamma_\mu]\psi(x) \qquad (\heartsuit)$$

であると要請する。ここで $\psi(x)$ はフェルミ場であり、$A(x)$ は4行4列の行列場で g は相互作用定数である。本論文の主目的は、この行列場（したがって、その成分場）を拡張されたゲージ場と解釈するところにある。また、行列場は

$$(\text{Dirac spinor}) \times (\overline{\text{Dirac spinor}})$$

の変換構造をもち、クリフォード・ディラック 代数（CD代数）に値をとる。著者が論文名を "Gauge Fields with Spinor Structures" とした理由はここにある。

一般化された共変微分の方法では、実験にかかる現実のゲージ場とヒッグス場から、広義の微分が構成されている。それに対して、この論文は、抽象的な行列場を含む更に広義の微分を導入して、その分解からベクトル場やスカラー場を成分として抽出しようとするものである。時空の対称性を考慮して、CD代数の基底を

$$\{I,\ \gamma_\mu,\ \sigma_{\mu\nu},\ \gamma_5\gamma_\mu,\ \gamma_5\}$$

と選ぶ。ここで I は４次元スピナー空間の単位行列であり、$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$、$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)$ である。行列場は、この基底に関して展開される。

論文では、その展開が時空間が平坦でない場合にも適用できるように、曲がった時空間とその中を自由落下する平坦な時空間とをつなぐ４脚場を導入して、注意深い記述がなされている。しかし、本論文の主要目的であるゲージ場とヒッグス場の統一的記述に対しては、時空の曲率が本質的な役割を演じることはない。そこで、この要約では、申請者がスピン接続とベクトル場および擬ベクトル場の関係を見出していることを指摘して、その細分にわたる記述は省略する。

ラグランジュ密度 $\mathcal{L}(x)$ は、行列場を $\gamma^\mu A(x)\gamma_\mu$ の形で含む。ところが、ディラック行列は恒等関係 $\gamma^\mu\sigma_{\kappa\lambda}\gamma_\mu = 0$ を満たす。したがって、行列場 $A(x)$ の分解はテンソル場を成分としてもつが、その成分がフェルミ場と相互作用することはない。そこで、CD代数をベクトル空間として、６次元の部分空間 $\{\sigma_{\mu\nu}\}$ と１０次元の部分空間に分割し、後者の基底を

$$\{L,\ R,\ L\gamma_\mu,\ R\gamma_\mu\} \qquad (\diamondsuit)$$

と選び直す。ここで $L = \frac{1}{2}(I - \gamma_5)$ と $R = \frac{1}{2}(I + \gamma_5)$ はフェルミオン場から左手および右手成分を抽出する射影演算子である。この新し

い基底による展開によって、一般化された共変微分が

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + ig\,[\,A_{\mathrm{L}\mu}(x)L + A_{\mathrm{R}\mu}(x)R - h(x)\gamma_\mu L + h^*(x)\gamma_\mu R + \cdots]$$

のように求められる。ここでは、フェルミ場と相互作用をしないテンソル場成分は省略した。(♡) のラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}(x) = \bar{\psi}(x)\,\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu\,\psi(x) \qquad (\clubsuit)$$

と表される。ここで、成分場はスピノール空間でのトレース Tr によって

$$A_{\mathrm{L}\mu}(x) \equiv \mathrm{Tr}[A(x)\gamma_\mu L], \quad A_{\mathrm{R}\mu}(x) \equiv \mathrm{Tr}[A(x)\gamma_\mu R]$$

および

$$h^*(x) \equiv -\frac{1}{2}\mathrm{Tr}[A(x)L], \quad h(x) \equiv \frac{1}{2}\mathrm{Tr}[A(x)R]$$

のように、行列場から抽出される。

このように、一般化された共変微分は、左手ゲージ場 $A_{\mathrm{L}\mu}(x)$ と右手ゲージ場 $A_{\mathrm{R}\mu}(x)$ を対称に含む。これらのすべてのゲージ場とスカラー場は、同じ強さ g でフェルミ場と相互作用し、この系は完全に左右対称な $\mathrm{U_L}(1)\times\mathrm{U_R}(1)$ 群をもつ。ここで、局所ユニタリー群 $\mathrm{U_L}(1)\times\mathrm{U_R}(1)$ の生成子が顕わに構成され、理論が時空の各点での群変換の下で不変であることが示されている。

最後に、自由落下する時空間で行列場を展開することによって生じるテンソル成分を、スピン接続とする解釈が述べられている。

• 第３節では、SU(2) 対称性をもつフェルミオン系のゲージ構造が考察されている。これは第２節で構成された形式を、電弱相互作用を含む系へ適用するためである。フェルミ場は、アップクォーク場 $u(x)$ とダウンクォーク場 $d(x)$ から成る電弱スピン２重項

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ d(x) \end{pmatrix}$$

である。系のラグランジュ密度は、(♡) 式と同じ形をもち、$A(x)$ は、パウリ代数 $\{\tau_a\ (a=1,2,3)\}$ で生成される SU(2) の内部構造と時空スピノールの直積構造をもち 8行8列の行列場となる。

(◇) 式の基底とパウリ代数の生成元によって行列場を展開することにより、一般化された共変微分が

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + ig\,[\,\tfrac{1}{2}\tau_a W^a_{\mathrm{L}\mu}(x)L + \tfrac{1}{2}\tau_a W^a_{\mathrm{R}\mu}(x)R + \tfrac{1}{2}A_{\mathrm{L}\mu}(x)L + \tfrac{1}{2}A_{\mathrm{R}\mu}(x)R$$
$$-\tfrac{1}{\sqrt{6}}H(x)\gamma_\mu L + \tfrac{1}{\sqrt{6}}H^\dagger(x)\gamma_\mu R + \cdots\,]$$

と求められる。この場合も、ラグランジュ密度は (♣) の形で簡潔に表される。ここで、ベクトル成分場はスピノール空間と内部空間に関するトレース Tr によって

$$W^a_{\mathrm{L}\mu}(x) \equiv \mathrm{Tr}[A(x)\gamma_\mu L\tau^a],\quad W^a_{\mathrm{R}\mu}(x) \equiv \mathrm{Tr}[A(x)\gamma_\mu R\tau^a]$$

および

$$A_{\mathrm{L}\mu}(x) \equiv \mathrm{Tr}[A(x)\gamma_\mu L],\quad A_{\mathrm{R}\mu}(x) \equiv \mathrm{Tr}[A(x)\gamma_\mu R]$$

と計算される。同様にして、スカラー成分場 $H(x)$ が求められる。

このようにして導出された『一般化された共変微分』は、左手ゲージ場 $W^a_{\mathrm{L}\mu}(x)$ および $A_{\mathrm{L}\mu}(x)$ と右手ゲージ場 $W^a_{\mathrm{R}\mu}(x)$ および $A_{\mathrm{R}\mu}(x)$ を対称に含む。そして、これらのすべてのゲージ場とスカラー場は、同じ強さ g でフェルミ場と相互作用することになる。したがって、この系は、完全に左右対称な大きい群

$$\mathrm{SU_L}(2)\times\mathrm{U_L}(1)\times\mathrm{SU_R}(2)\times\mathrm{U_R}(1)$$

をもつことが判明する。実際に、この大きい局所ユニタリー群の生成子が顕わに構成され、理論が時空の各点での群変換の下で不変であることが示されている。

一般化された共変微分の形式の利点は、交換子によって

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{ig}\,[\,\mathcal{D}_\mu,\,\mathcal{D}_\nu\,]$$

と構成される場の曲率テンソルが、ゲージ場成分と共に含むことである。その結果、すべてのボーズ場（ゲージ場＋スカラー場）を自然な形で統合することができる。すなわち、すべてのボーズ場のラグランジュ密度は、$F_{\mu\nu}$ から構成さるローレンツ不変量で

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\,[F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x)] \qquad (\spadesuit)$$

と与えられる。

この論文で構成されたラグランジュ密度 ($\clubsuit$) および ($\spadesuit$) は左右対称性を保持している。しかし、現時点で到達できるエネルギー領域での素粒子現象では、左右対称性（パリティ不変性）は最大限に破られており、その破れを正確に記述する『標準モデル』は左右非対称な理論である。したがって、この理論は少なくとも標準モデルを、左右対称性の破れた部分として包含していなければならない。

論文では、左右対称性を破るようにヒッグス場が真空期待値をとるとして、観測データーとの対比が可能な素粒子の質量の評価を行っている。すなわち、左手ゲージ場 $W^a_{\mathrm{L}\mu}(x)$ を荷電ゲージ場と同定し、その質量 M_{W} によってアップクォークの質量 M_{F} とヒッグス場の質量 M_{H} を

$$M_{\mathrm{F}} = 4\sqrt{\frac{1}{3}}\,M_{\mathrm{W}},\ M_{\mathrm{H}} = 4\sqrt{\frac{2}{3}}\,M_{\mathrm{W}}$$

と表している。論文は、実験値 $M_{\mathrm{W}} = 81\mathrm{GeV}$ を用いると、トップクォーク質量に近い値 $M_{\mathrm{F}} = 188\mathrm{GeV}$ が得られること、またヒッグス粒子の質量が $M_{\mathrm{H}} = 265\mathrm{GeV}$ と予言されることを指摘している。

● 第４節では、本論文の研究で残された課題について、議論がなされている。まず、行列場 $A(x)$ については、その起源をフェルミ場一元論から説明する可能性が指摘されている。つづいて、本論文の最大の特徴である “左右対称性” について、その破れの機構に関する研究と右手ゲージ場 $W^a_{\mathrm{R}\mu}(x)$ および $A_{\mathrm{R}\mu}(x)$ の解釈に関する研究の必要性が述べられている。

論文調査結果の要旨

局所ゲージ不変性とヒッグス機構は、『素粒子の標準モデル』にとって不可欠な基本原理である。前者は、高エネルギー領域で素粒子系がもつ高い対称性を表現するもので幾何学的ゲージ構造として定式化され、繰り込み処方による高次量子効果の計算可能性を保証する。それに対して、後者は、対称性が退化する中・低エネルギー領域での素粒子系の非対称性を具現化する"非"幾何学的な構造であり、素粒子の質量スペクトルを生成する機構である。これらの相対立する"構造"の統合に最初にチャレンジしたのは幾何学者 Alain Connes (1990) である。彼の非可換幾何学に基づく理論は『ミンコウスキー時空間の多重化』や多くの補助場を必要とするために、現実的な物理学の理論体系としては限界があったが、「ゲージ場とヒッグス場の統合」を目指す研究の先駆けとなった。そのような試みの一つとして、『時空の多重化』の枠組みをはずし補助場を排して、ディラック行列を"運び手"としてヒッグス場を導入する『一般化された共変微分』の形式(Sogami 1995)が提起された。

申請論文は、この『一般化された共変微分』の形式を更に拡張することにより、ゲージ場とヒッグス場の結び付きを深化させようとする試みである。ヒッグス粒子の存在を検証するための加速器実験が進行しTeV 領域の実験が可能になりつつある現在、この研究は、素粒子物理学において現代的な意義をもつものであると位置付けることができる。

Connes や Sogami の研究では、素粒子の『標準モデル』が再現可能であるように、実験にかかる現実のゲージ場とヒッグス場から左右"非"対称な形式で広義の共変微分が構成される。申請論文の最大の特徴は、そのような構成的な方法を離れて、演繹的な視点から理論を構築している処にある。すなわち、論文では

$$(\text{Dirac spinor}) \times \overline{(\text{Dirac spinor})} \qquad (*)$$

の変換構造をもちクリフォード・ディラック 代数 (CD代数) に値をとる『行列場』$A(x)$ が、まず、抽象的に導入される。そして、一般

化された共変微分の方法にしたがって、この抽象的な行列の場とディラックのガンマ行列の積 $A(x)\gamma_\mu$ がフェルミ場に対する拡張された共変微分に取り込まれる。その結果、この行列構造をもつ場 $A(x)\gamma_\mu$ が広義のゲージ場

"Gauge Fields with Spinor Structures"

と解釈され、その展開から生まれる成分場が観測可能なゲージ場とヒッグス場に同定される。この理論構成は、極めて簡明であり普遍性をもっている。

この論文の魅力は、その統一的な視点と美しい左右対称構造（パリティ不変性）にある。その左右対称性は、(*) 式のスピノール構造に起源をもち、内部自由度をもつすべての系に引き継がれる。すなわち、フェルミ場の内部構造に応じて行列場は拡張され、その展開成分であるゲージ場とヒッグス場は自然に内部構造を反映し左右対称性を保持する。論文では、内部構造が U(1) 群および SU(2) 群であるフェルミ系を考察し、ゲージ場とヒッグス場の理論を具体的に構築している。

ところで、現時点で実験可能なエネルギー領域の素粒子現象では、パリティ不変性は最大限に破られており、その破れは左右非対称な『標準モデル』によって記述される。したがって、この申請論文の理論は少なくとも標準モデルを左右対称性の破れた部分として包含していなければならない。論文では、SU(2) 群をもつ系で、左右対称性な構造の中に埋め込まれた左手部分を抽出し、３種類の素粒子（フェルミオン、ベクトル粒子、ヒッグス粒子）の質量の関係を導き出している。この論文に残された課題は、申請者が指摘しているように、"左右対称性を破る自然な機構" 見出し "世代構造を融合する" 方法を研究することである。

また、申請者は、平成２０年９月３日に実施された（最終・学力）試験に合格した。これらの調査の結果から、本調査委員会は全員一致により、本申請論文は博士学位論文に値するものであると判定する。