

博士學位論文

内容の要旨及び審査の結果の要旨

第17号

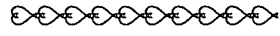
2001年9月

京都産業大学

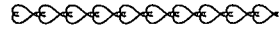
— は し が き —

本号は、学位規則（昭和28年4月1日文部省令第9号）第8条の規定による公表を目的とし、平成13年9月29日に本学において博士の学位を授与した者の論文内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を収録したものである。

学位記番号に付した甲は、学位規則第4条第1項（いわゆる課程博士）によるものであることを示す。



目 次



1. 森 淳秀	
論文内容の要旨	1
論文審査の結果の要旨	5
2. 平山 亨	
論文内容の要旨	7
論文審査の結果の要旨	11

氏 名	森 淳秀 (もり あつひで)
博士の専攻分野の名称	博士 (数学)
報告番号	甲第14号 (学位記番号 甲理第8号)
学位授与年月日	平成13年9月29日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
論文題目	低次元位相幾何学における解析力学的手法 — 三次元接触トポロジーを中心として —
審査委員	主 査 福井 和彦 教授 副 査 水原 亮 教授 " 辻 幹雄 教授

論文内容の要旨

調査論文の結果は接触構造に関してであり、主に次の I, II に分かれている。

- I tight な接触構造の具体的な構成 (A note on Thurston-Winkelnkemper's construction of contact forms on 3-manifolds)
- II 幾何多様体論への流体力学的アプローチ (Remarks on the spaces of Riemannian metrics associated with contact forms on 3-manifolds)

以下に次の順序でその詳細を述べる。

- 1.1 研究の背景と位置付け
- 1.2 各章の内容

1.1 研究の背景と位置付け

奇数次元多様体上の (局所的に) 非可積分な超平面場を接触構造という。近年, Symplectic 幾何, 特に 4 次元 Symplectic トポロジーの発展に伴い, それに触発されて 3 次元接触トポロジーは注目を集めている。

局所的に非可積分な超平面場を実現することはいつでも可能であるが、それを多様体全体に拡張できるだろうか？ 即ち、奇数次元多様体上にはいつも接触構造が存在するかという問題は一般に未解決であるが、1971年、Martinet と Lutz により任意の有向閉 3 次元多様体上には（正の有向）接触構造が存在することが示された。Thurston と Winkelnkemper は open book 分解を用いてその存在を具体的に構成した。

1983年、Bennequin により、接触構造に tight という概念が導入された。即ち、3 次元多様体上の接触構造 ξ が over-twisted (OT と書く) であるとは、 $\xi|_D$ が周期軌道をもつ埋め込まれた円板 D が存在する事であり、そうでないとき、tight であるという。Bennequin は不変量を使う事により S^3 上の自然な接触構造は tight であることを示した。さらに、Eliashberg は任意の有向閉 3 次元多様体 M に対して、包含写像： $\{M$ 上の OT 接触構造 $\} \rightarrow \{M$ 上の平面場 $\}$ は、(弱) ホモトピー同値であることを示した。この事実は OT 接触構造の分類は平面場（接束の 2 次元部分束）の分類に帰着する事を意味し、ある意味で決着したとも考えられる。従って、次の問題が重要な問題になってくる。

問題 任意の有向閉 3 次元多様体上に tight な接触構造が存在するか？

この問題に関して、Gromov と Eliashberg は (弱) Symplectically fillable という概念を導入し、定理「(弱) Symplectically fillable な接触構造は tight である。」を示した。この定理により、tight な接触構造の例が構成されるようになった。

調査論文 I では、Thurston-Winkelnkemper の open book 分解における接触構造の構成において、曲面束の貼り合わせ写像が右巻き Dehn 捻り（の合成）の場合、(弱) Symplectically fillable な接触構造を構成した。この事により、tight な接触構造の例を系統的に構成する事が出来る。又、貼り合わせ写像が右巻き Dehn 捻りと左巻き Dehn 捻りの合成の場合、over-twisted な接触構造になる例も構成している。

ほぼ同時期に Loi と Piergallini はより強いと思われる結果を得ているが、調査論文 I の結果は具体的であり、いろいろな副産物を産み出していることに意義がある。特に、葉層構造との関連は重要である。

一方、Etnyre と Ghrist によって 3 次元多様体において与えられた接触形式に対する Reeb 場の (非零) 関数倍は適当なリーマン計量の下で、流体力学における回転的 Beltrami 場が対応する事、またその逆の対応もある事が示されている。これは Arnold の流体力学の位相幾何的手法の枠内での仕事である。

調査論文 II では, Etnyre と Ghrist の結果の精密化を行い, 接触形式とリーマン計量との対応関係を明確にした。さらにその結果を使って有向閉 3 次元多様体上のある条件を満たす接触形式の対が存在するための幾何多様体としての条件を決定している。

1.2 各章の内容

第 1 章は Symplectic 構造や接触構造の定義およびそれらに関連する基本的事項を解説している。

第 2 章では, 第 3, 4 章での背景となる Symplectic 構造や接触構造の凸性について論じている。主に McDuff, Eliashberg および Gromov の仕事の結果の紹介であるが, 手際良くまとめられている。

第 3 章は第 4 章の準備である。まず, 閉 3 次元多様体 M 上の接触構造 ξ に tight と overtwisted という概念を定義し, Eliashberg の定理「 $\iota: \{M \text{ 上の OT 接触構造} \} \rightarrow \{M \text{ 上の平面場} \}$ は (弱) ホモトピー同値である」の証明を述べている。この定理により, M 上の OT 接触構造の分類は M 上の平面場の分類に帰着する。

この事実より接触トポロジーの研究対象は tight な接触構造に焦点があてられたと言って良い。

次に, tight 性の判定に関する Gromov と Eliashberg による次の重要な定理を述べている。

定理. 有向閉 3 次元多様体 (M, ξ) が (弱) fillable なら, (M, ξ) は tight である。

この定理は本質的に Gromov により, その証明は難解である。調査論文ではその証明の概要がよく整理されている。

第 4 章では, 調査論文 I の結果とその周辺について述べている。まず, 任意の有向閉 3 次元多様体 M はその補空間が曲面 F をファイバーとするファイバー束になる絡み目 L (ファイバー絡み目という) をもつ (Alexander)。即ち, $M \cong F \times [0, 2\pi] / f \cup_{id} (L \times D^2)$ ($\partial F \cong L$, $\mathbf{R}/2\pi\mathbf{Z} \cong \partial D^2$)。

このような分解を open book 分解といい, 貼り合わせ写像 f をモノドロミー写像という。

Thurston と Winkelnkemper はこの分解を用いて, M 上の接触形式を構成した。

定理 (構成) (Thurston-Winkelnkemper). $T = F \times [0, 2\pi] / f$, $N(1) = L \times D^2$ とし, $\phi \in \mathbf{R}/2\pi\mathbf{Z}$, $\theta \in L$, $(r, \phi) \in D^2$ をそれぞれの座標とする。 F 上の適当な体積形式 Ω に対

し、 $\Omega = d\alpha$ なる 1-形式 α が存在する。このとき、 α を T 上の 1-形式で各ファイバーへの制限が Ω であり、境界の近くでは $\alpha = (2-r)d\theta$ と考える事が出来る。更に、 T 上で $\beta = d\phi$ とおき、これら 1-形式 α, β を r の適当な関数を掛けることにより、 $N(1)$ 内に拡張する事が出来る。このとき、十分大きい正の定数 K に対して、 $\alpha + K\beta$ は正の接触形式である。

申請者は Thurston-Winkelnkemper の構成方法より次の結果を得た。

主定理 A. Thurston-Winkelnkemper の構成に対して、モノドロミー写像が F 上の互いに交わらない単純閉曲線に沿った右巻き Dehn 捻りの合成ならば、(弱) Symplectically fillable な接触構造を構成する事が出来る。

次にこの主定理 A と関連してほぼ同時期に独立に得られた Loi と Piergallini の定理の紹介を行っている。

一方、葉層構造との関連において次の定理を示している。

主定理 B. 主定理 A の仮定を満たす open book 分解に対して、以下を満たす一般化された Reeb 葉層 \mathcal{F} が存在する：

\mathcal{F} は主定理 A で構成された (弱) fillable な接触構造のイソトピー変形の極限である。

第 5 章では、Etnyre と Ghrist によって得られた 3 次元多様体上の接触形式と流体力学における回転的 Beltrami 場との対応関係に関する次の定理を述べ、その精密化および幾何多様体との関連を考察している。

定理 (Etnyre-Ghrist). M 上に接触形式 α が与えられたとき、任意の Reeb 状場は、適当なリーマン計量の下で回転的 Beltrami 場である。逆に、 M 上にリーマン計量が与えられたとき、任意の回転的 Beltrami 場は適当な接触形式 α の Reeb 状場である。

調査論文 II では、正規 Beltrami 場という概念を定義し、上の定理の精密化を行った。

主定理 C. M 上に体積形式 ν を固定する。 $\alpha \wedge d\alpha = \nu$ を満たす接触形式 α の Reeb 状場 X_α は、 ν と両立するリーマン計量 g の下で、正規 Beltrami 場である。逆に、 ν と両立するリーマン計量 g の下での、正規 Beltrami 場は $\alpha \wedge d\alpha = \nu$ を満たす接触形式 α の Reeb 状場である。

この事により、閉 3 次元多様体 M における Weinstein 予想は次の問題に帰着される。

問題 体積形式 ν を任意に選んで固定した上で、 ν と両立する任意の計量に対する正規 Beltrami 場が閉軌道を持つか？

主定理 C は接触形式とリーマン計量の関係の解析を誘導する。 M 上に接触形式 α に対し、 $\mathcal{F}_\alpha = \{g : \text{リーマン計量} \mid g \text{ は } \alpha \wedge d\alpha \text{ を誘導, } g(X_\alpha, \cdot) = \alpha\}$, $B_\alpha = \{\beta : \text{接触形式} \mid X_\beta = X_\alpha\}$, $\mathcal{C}_\alpha = \bigcup_{\beta \in B_\alpha} \mathcal{F}_\beta$ とおく。

主定理 D. 空間 \mathcal{C}_α , \mathcal{F}_α , B_α は可縮であり、 \mathcal{C}_α はファイバー \mathcal{F}_β をもつ B_α 上の自明なファイバー空間である。

更に、主定理 D を用いる事により、接触形式と幾何多様体との関係を考察している。

主定理 E. 有向閉 3 次元多様体 M が以下の条件を満たす接触形式の対 (α, β) を持てば、 M は $SU(2)$ -, \widetilde{SL}_2 -, あるいは、 \widetilde{E}_2 -多様体である。

- 1) $\alpha \wedge d\alpha = h\beta \wedge d\beta$ がある正の関数 h について成り立つ。
- 2) $\mathcal{C}_\alpha \cap \mathcal{C}_\beta$ に属するあるリーマン計量に関して、 X_α と X_β は直交する。

第 6 章では、4 次元多様体の最も非可積分な平面場である Engel 構造や接触計量多様体の Engel 化と Symplectic 化を精密に定義している。更に、特別な場合 (巾零多様体) に限り、軸対称な Lorentz 計量を構成し、その Ricci テンソルが消える事を示した。

論文審査の結果の要旨

調査論文 I について。Thurston と Winkelnkemper は任意の有向閉 3 次元多様体に open book 分解を用いて接触形式を構成した。申請者は Thurston-Winkelnkemper の構成方法から open book 分解における曲面束のモノドロミー写像が右巻き Dehn 捻りの合成になっている場合、(弱) Symplectically fillable な接触構造を構成する事により、tight な接触構造を量産する事に成功した。これにより、多くの有向閉 3 次元多様体上に tight な接触構造が存在する事が示された。ほぼ同時期に Loi と Piergallini が上と同じ条件の下で、Stein fillable であることを示しているが、申請者の構成は具体的であるが故に、葉層構造との関連が目される (主定理 B)。この定理は次の意味で重要である。Eliashberg により、接触構造が tight なことと Bennequin の不等式を満たすことは同値であることが示されている。葉層構造においても、葉層が taut (即ち、Reeb 成分を持たない) ならば、Thurston (-Bennequin) の不等式を満たす (Eliashberg-Thurston)。taut でない葉層については、Thurston の不等式を満たすかどうかは知られていなかったが、三松は本質的に

Reeb 成分を持つ葉層で Thurston の不等式を満たす一つの例を考察した。申請者はこの様な例を量産した事になり、意義は大きい。従って Thurston の不等式を満たす葉層構造の解明は今後の課題である。

調査論文Ⅱについて。 Etnyre と Ghrist の結果を精密化して、接触形式の Reeb 状態と正規 Beltrami 場に関する対応定理（主定理 C）を得た。この事により、Weinstein 予想「閉 3 次元多様体上の接触場は閉軌道を持つ」を「閉 3 次元多様体上の正規 Beltrami 場は閉軌道を持つ」という問題に帰着させた。更に、有向閉 3 次元多様体上のある条件を満たす接触形式の対が存在するための幾何多様体としての条件を決定した。これは、接触形式についてのある条件と多様体の位相的制約との関係を解明している点において興味深い。

この様に、調査論文は有向閉 3 次元多様体上の接触構造について重要かつ本質的な貢献をしている。

平成13年6月27日（水）午後1時10分より開催された公聴会においてよく整理された発表を行い、質疑に対する応答も適切であった。

さらに、平成13年9月4日（火）午後3時より行われた口述試験において、申請者は学位申請論文の概要とその意義について説明した。即ち、調査論文Ⅰにおいては tight な接触構造の具体的な構成とその意義についての質問、また調査論文Ⅱにおいては接触形式とリーマン計量との対応関係に関する結果とその意義についての質問に回答した。説明および回答の内容は的確であり、よく整理されていた。

今後の研究計画としては、まず調査論文Ⅰで扱った事柄をさらに精密化しようと試みている。これは Symplectically fillable と tight との関係を考察するものであり、重要な研究である。申請者は既にこの方面の論文を準備中である。また、中長期的な研究課題として接触構造不変量である接触ホモロジーの open book 分解からのアプローチの研究を挙げた。今後が期待される。

以上の調査結果を総合し、本調査委員会は全員一致で、申請論文を博士（数学）学位論文として十分に価値あるものと判定する。

氏 名	平山 亨 (ひらやま とおる)
博士の専攻分野の名称	博士 (物理学)
報告番号	甲第15号 (学位記番号 甲理第9号)
学位授与年月日	平成13年9月29日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
論文題目	Bound and Radiation Fields in Rindler Frame
審査委員	主査 原 哲也 教授 副査 曾我見郁夫 教授 " 三好 蕃 教授

論文内容の要旨

一様加速する荷電粒子からの電磁波放出という古典的な問題に対して、この論文は考察している。この問題は、電磁気学の古典的な問題であるが、ある種類の原理的な問題は現在でも決着がついていない。

慣性系で定義された電磁波の定義を、一様加速する荷電粒子に適用すると、荷電粒子は電磁波を放出している。これは荷電粒子の周りの遅延ポテンシャルから電磁テンソルをつくり、それよりエネルギー運動量テンソルを求めて、その $0i$ 成分 ($i = 1, 2, 3$) が通常のポインティングベクトルになっているため、それよりフラックスを計算すれば良い。これより Larmor の公式 $\frac{2e^2}{3c^3} a_\mu a^\mu$ が導出される。

一方荷電粒子とともに、一様加速している観測者が観測すると、この荷電粒子は電磁波を放出していない。これは一様加速している観測者にとって、荷電粒子は静止しており、物理的にも受け入れられる。また等価原理より、一様加速している系は、一様重力場に等しく、重力場中で静止している荷電粒子は電磁波を放出していない。つまり電磁波の定義が観測者による訳である。より詳しくは、一様加速系でのエネルギー運動量テンソルの $0i$ 成分を考察すれば良いことになり、それはゼロである。

注意しなければならないのは、電磁波の放出を光子の放出と考えてはいけないことである。あくまでもここで考察しているのは古典論であり、そこではエネルギー運動量テンソルを考え、その $0i$ 成分から無限遠方（無限の未来）にまで伝播するフラックスを計算して、それにより電磁波が放出されているかどうかを判定している。また矢張り注意しなければならないのは、無限遠方もしくは無限の未来は座標系によるということであり、これより古典論でも、無限の未来へ伝播するのは座標系によるということが十分に推察される。

そして、電磁波の放射を光子の伝播と考えるとき、場の量子論においても、光子が存在するかどうかは座標系に依存するという意味で、類似の現象がある。それは Hawking 輻射と Unruh 効果である。Hawking 輻射とは、ブラックホールが形成される前と、形成された後の真空の違いより、粒子が発生していることを言い、具体的には質量 M のブラックホールは温度 $T = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM}$ の熱放射を出していることを意味する。また Unruh 効果とは、真空中を一様に加速している観測者にとって、周りの真空は加速度 a に比例した温度 $T = \frac{\hbar a}{2\pi kc}$ の黒体放射を放出していると観測されるもので、やはり慣性系の真空と、加速系の真空の違いによる、粒子の発生の有無に関係している。

量子論ではなく、古典電磁気学に戻ると、同一の静止した荷電粒子をある系（慣性系）で観測すると電磁波を放出しておらず、他の系（加速系）で観測すると、電磁波を放出していることになる。これは、簡単に述べると以下のようなことになる。

静止している荷電粒子の周りは、電場のみ存在し、この系ではポインティングベクトルはゼロであるが、それに対して Lorentz 変換して等速運動をしている系からこの荷電粒子の周りの電磁場を観測すると、一般に磁場も生じ、ポインティングベクトルはゼロではない。しかしそれは荷電粒子からの距離 R の R^{-4} 以上の大きな冪で減衰するため、半径 R の球面上で積分したものは R が大きいところで小さくなり、無限遠方まで伝播する電磁波とは見なされない。一方、一様に加速している非慣性系からこの荷電粒子の周りの電磁場を測定し、ポインティングベクトルを計算し、その距離 R の減衰をみると、 R^{-2} で減衰する項があれば、十分離れて表面積分してもフラックスが存在することになる。その意味で、一様に加速する系の無限遠方（無限の未来）の定義が明確でなければ、そこでの電磁波が存在するかどうか不明確になる。

電磁波の放射が観測者に依存する問題以外にも、荷電粒子と電磁波のエネルギー保存はどうなるのか、電磁波放射の反作用を考慮すると、荷電粒子の運動方程式に、矛盾が無いのか

という問題が生ずる。しかしこれは一様加速する荷電粒子の場合矛盾は生じない。これについては、またあとで述べることにする。

つまり、現在この問題の背景には、古典的な電磁波の理論において、特に観測者が加速系にいる場合に、電磁波のフラックス（エネルギーの流れ）の定義は、多くの人に受け入れられた形の理論にまだなっていないという点がある。そしてこの論文の目的は、一般に加速系にいる観測者にとって、荷電粒子からの電磁波とは何かを（より数学的に）明確にすることである。加速系とは、等価原理の視点からすると、重力場中であり、一般相対論の立場からすると、曲がった時空に通じる。その意味で、動機の一つは、より一般的な重力場中での電磁波の定義を行うことであり、より広い視点に立てば、曲がった時空での、光の定義、つまり量子場の理論の構築である。

この論文ではまず、慣性系にいる観測者の視点から、加速している電荷からの電磁波の放射について紹介している。電荷の遅延ポテンシャルにより作られる遅延場は、加速度に比例する項 (R^{-1} で減衰) と速度に比例する項 (R^{-2} で減衰：一般的なクーロン項) に分類される。Rohrlich によると大きな R (波動領域) によらずとも電磁波の局所的な定義が出来る。Teitelboim はそれを敷衍して、エネルギー運動量テンソルを加速度のみよりなる部分 II (R^{-2} で減衰) と、速度のみによる及び速度と加速度の干渉する部分 I (それぞれ R^{-4} と R^{-3} で減衰) に分類した。それゆえ部分 II は電磁波として伝播する項であり、部分 I は荷電粒子に束縛された項と見なされる。

このような分類が、まず一様加速系 (Rindler 系) にいる観測者の視点でも行えるのかという問いが、この論文の問題意識であり、これにより一般の曲がった時空での電磁波の定義へとつながればというのが先にも述べたようにこの論文の隠れた動機である。

まず論文では、一様加速系である Rindler 系よりも、より一般的な、時間的 Killing ベクトルのある系 (定常系) を考え、その方向への不変性により電磁場のエネルギーを定義する。そして放射部分と束縛部分を同定するために以下の条件を指針とする。

- (1) その系に固定された電荷は、その系の観測者に対して電磁波を放射しない。
- (2) 放射部分は減衰することなく、その光円錐上を伝播する。
- (3) 束縛部分は、電荷から無限遠方ではエネルギーに寄与しない。

まず、放射部分のあるテンソル場 $f^{\mu\nu}$ の形を、ある任意のベクトル ξ^μ を用い、遅延ポテン

シャルの作る遅延場との類推より仮定する。次にこのテンソル場 $f^{\mu\nu}$ から作られるエネルギー運動量テンソル $t^{\mu\nu}$ に関する保存則を導いている。そして $t^{\mu\nu}$ が任意の定常的な加速系で条件(1)と(2)を充たすには、 \mathcal{A}^μ を荷電粒子と観測者の相対加速度と観測者の系の4元速度を用いて表せば良いことを示している。

また条件(3)より、電荷から十分遠方では、放射成分のみが寄与することより、Rindler系でのエネルギー成分を同定する。それより単位時間での放射エネルギーはRindler系への相対加速度の二乗 $\alpha_\mu \alpha^\mu$ に比例することを導いている。ここで α^μ は $\alpha^\mu = h_\nu^\mu (a^\nu - g^\nu - k u^\nu)$ であり、 h_ν^μ は荷電粒子の速度 v^ν に垂直な面への射影 ($h_\nu^\nu = \delta_\nu^\nu + v^\nu v_\nu$, $h_\nu^\nu v^\nu = 0$), u^ν , g^ν はそれぞれ観測者の速度、加速度である。この結果は慣性系での、加速度の二乗に比例しているLarmorの公式に類似している。つまり加速度 a^μ が相対加速度 α^μ に置きかわっている。これより、Rindler系での遅延場を相対加速度 α^μ に比例する部分 \tilde{II} と、それ以外の部分 \tilde{I} に分解し、対応するエネルギー運動量も放射部分 \tilde{II} と束縛部分 \tilde{I} へ分解し、この分解が上記の条件(1)–(3)を充たしていることを確かめている。これがこの仕事の重要な結果であり、慣性系での結果が自然な形でRindler系(非慣性系)へ一般化出来た事を示している。

これ等の事は、荷電粒子はRindler系に固定していなくても $\alpha^\mu = 0$ を充たせば放射しないことを意味し、この方程式 $\alpha^\mu = 0$ を充たす荷電粒子の軌道の解を求めている。また束縛エネルギーの部分を解析し、Rindler系でのSchott項に対応する形を求めている。

ここでSchott項とは、点電荷に対するLorentz-Dirac方程式

$$m a^\mu = \frac{2}{3c^3} e^2 \left(\dot{a}^\mu - \frac{a^2 v^\mu}{c^2} \right) + F_{ext}^\mu$$

の右辺第一項の $\frac{2}{3c^3} e^2 \dot{a}^\mu$ を意味する。その他は放射による反作用の項 $\frac{2}{3c^5} e^2 a^2 v^\mu$ と外場 F_{ext}^μ である。Schott項は元来、電荷の付近にとどまっている電磁場の4元運動量の寄与として解釈されてきたが、Teitelboimはこれが丁度束縛成分 I の4元運動量の寄与であることを示し、この解釈をさらに明確なものとした。つまり、Teitelboimは荷電粒子が加速度がある場合、普通の4元運動量 $m v^\mu$ 以外に運動量 p^μ には付随する項があると指摘している ($p^\mu = m v^\mu - \frac{2}{3c^3} e^2 \dot{a}^\mu$)。この付随する項 $\frac{2}{3c^3} e^2 \dot{a}^\mu$ があるために、一様加速の場合は慣性系から見ると電磁波が放射されているが、その反作用はこのSchott項と打ち消し(一様加速の場合 $\dot{a}^\mu = \frac{a^2 v^\mu}{c^2}$ が成立)、粒子は中性粒子と同じ運動をすることになり、等価原理が成立する。

これについて非慣性系から見ると、粒子のエネルギーの変化から、無限遠方へ伝わらない束縛量の寄与を考慮すると、やはりこれに相当する項が現れ、それは慣性系で見るときの加速度を相対加速度に置き直したもの (Rindler 系での Schott 項) になることを本論文では示している。

最後に、荷電粒子と観測者の相対的な加速系に関する4つの場合

- A. 荷電粒子, 観測者共に慣性系,
- B. 荷電粒子は一様加速, 観測者は慣性系,
- C. 荷電粒子は慣性系, 観測者は一様加速系,
- D. 荷電粒子, 観測者共に一様加速系,

についての議論を行っており、B, C の場合に荷電粒子からの電磁波を観測する事を指摘している。

付録においては、本文で用いた式の詳細な導出等 (付録 A では Teitelboim の分解による Rindler 系での無限遠方では放射成分以外の寄与も残る式等の導出、付録 B では本文の一部の式のより簡単な手法による導出、付録 C では Rindler 系において電磁波を放出していない粒子の軌道の解の導出) を行っている。また付録 D では、他の同じような加速系における電磁波の定義を行った研究 (Fugmann & Kretschmar 1991) との詳細な比較を行い、本論文の電磁波の定義は Killing Vector を用いることにより、より数学的に簡潔になっており、ある場合にはより一般的であることを示している。

論文審査の結果の要旨

Black Hole が蒸発するという Hawking 輻射や、真空中を一様加速運動している観測者は周りをおよそ一定温度の熱浴 (黒体輻射) として観測する Unruh 効果は、量子論における粒子の定義の問題を提起した。それは粒子をどの時空で定義するのか、どの系で観測するのかという問題であり、それから明らかになったことは、粒子の存在が時空、また観測者に依存するという点である。

その古典的な対応物であり、昔から有名な問題として、重力場中を一様落下する粒子からの電磁波の放射の問題がある。重力場に静止している観測者からすれば、荷電粒子は一様に

加速して落下しているから Larmor の公式の電磁波を放出していることになり、一方電子と共に落下している観測者の立場からすると、等価原理から共に慣性系におり、電磁波は放出していないことになる。つまり電磁波は観測者に依存することになる。

この古典的な問題を申請論文は取り扱っている。まず一様加速系を含むより一般的な系として時間的な Killing ベクトルのある系を考え (Killing ベクトルとはその方向に系を平行移動させても系 (計量) が不変であるような方向のベクトルである: 定常系), そこでのエネルギーとは何かの考察より (系の保存量), Killing ベクトルとエネルギー運動量テンソルを用いてエネルギーを定義する。

次にその定常系において放出される量と束縛される量を区別する指針としていくつかの自然な条件 (1. 加速系に静止している電荷は、加速系にいる観測者にたいして放射していない。2. 放射成分は未来向きの光円錐に沿ってそのエネルギーを減少させずに伝播する。3. 束縛部分のエネルギーの寄与は無限遠方 (無限の未来) ではゼロになる。) を設定して考える。

観測者が慣性系にいる場合において、Teitelboim は電磁場テンソルを加速度に比例する部分と速度に比例する部分へ分解し、それよりエネルギー運動量の中から加速度の二乗に比例する項を取り出しそれを電磁波部分とした。これは慣性系で観測するときは電磁波のエネルギーに相当していたが、これを非慣性系でみると上の条件を充たしてはいない。これより、その条件を充たしてかつ慣性系での公式を含み、非慣性系へ一般化する形をこの論文では模索している。その中で、慣性系での加速度を、非慣性系で相対加速度に置き直すことによりそれが達成されることを見出している。

結果を見ると、確かに慣性系で導かれた公式の簡潔で自然な一般化になっている。これに加えて、非慣性系 (Rindler 系) で放射を出していない荷電粒子の軌跡を導いたり、また束縛されたエネルギー運動量については、間接的ではあるが慣性系での Schott 項に相当する項が、この非慣性系でも見られることを導いている。これらも慣性系での結果の自然な非慣性系への一般化であり、そこで起こるであろう物理的現象に関する予測を示している。

この論文の独自性は、非慣性系でのエネルギーの定義より、伝播する電磁波の意味を明らかにし、慣性系での議論を、自然な形で非慣性系 (Rindler 系) へ一般化する手続きを示したことである。それにより、電磁波とは何かという物理的な解釈を容易にし、慣性系での電磁波に関係する量と非慣性系 (Rindler 系) での量の関係を簡潔に、しかし十分に説得性の

ある形で提案している。これらはより一般の、例えば一様に回転している系への一歩であり、その一般化の中で加速器の中での荷電粒子の運動等の議論をより深めることが期待される。さらにまた、曲がった重力場での電磁波の解明にもつながり、非慣性系における粒子存在の問題のより深い理解へつながると考えられる。実際にこのような形で加速系で電磁波が放射されているかは、今後の観測、実験を待たなければならないが、十分に説得力があり、少なくともこの古典的な一様加速する荷電粒子からの放射の問題に重要な一石を投じたものと言える。

以上より本論文「Bound and Radiation Fields in Rindler Frame」は、現在の物理学の基礎的な問題に新しい知見を加えるという意味で、独創的で価値あるものである。

申請者は、平成13年6月27日に開催された公聴会においてこの論文についての報告を行い、公聴会後に開かれた調査委員会においてその仕事の内容に関する質疑に対して明快な回答を行った。また平成13年8月20日に開催された調査委員会において、申請者に対して論文の問題意識、その考察の背景、設定した条件などに関する質疑を行い、その各々に対して的確な回答を得た。また論文提出後の考察の展開について説得力のある報告を得た。これらの調査の結果、本調査委員会は全員一致により、申請論文が博士学位論文に値するものと判定する。