

# 博士學位論文

内容の要旨および審査の結果の要旨

第 3 号

京都産業大学

## は し が き

本号は、学位規則（昭和28年4月1日文部省令第9号）第8条の規定による公表を目的とし、昭和57年3月17日本学において博士の学位を授与した者の論文内容の要旨および論文審査の結果の要旨を収録したものである。

学位記番号に付した甲は、学位規則第5条第1項（いわゆる課程博士）を示す。

# 目 次

## 1 志 賀 啓 成

論文内容の要旨 .....	1
論文審査の結果の要旨 .....	3

氏名・(本籍)	志賀啓成 (大阪府)
学位の種類	理学博士
学位記番号	甲理第2号 (文部省への報告番号 甲第3号)
学位授与の日付	昭和57年3月17日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	On the quasiconformal deformation of open Riemann surfaces and variations of some conformal invariants
論文審査委員	主査 教授 (理学博士) 森 眞 一 副査 教授 (理学博士) 中 江 龍 夫 副査 教授 (理学博士) 松 田 道 彦

#### 論文内容の要旨

申請論文は四つの章からなるが、中心部は最終章にある。

開リーマン面の列  $\{R_n; n=0, 1, 2, \dots\}$  と、 $R_0$  から各  $R_n$  への擬等角写像  $f_n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) を考え、各  $f_n$  の maximal dilatation を  $K_n$  とし  $K_n \rightarrow 1$  ( $n \rightarrow \infty$ ) なる状況を設定する。 $R_0$  上の Dirichlet 積分  $D_{R_0}(u)$  が有限な調和関数のなす空間を  $HD(R_0)$  とするとき、 $u \in HD(R_0)$  に対して、 $R_n$  上の関数  $\tilde{u}_n = u \circ f_n^{-1}$  は Dirichlet 積分有限である。

第二章において  $\tilde{u}_n$  の  $R_n$  上の Royden 分解における Dirichlet potential の部分  $v_n$  に対して、 $R_0$  上の関数列  $v_n \circ f_n$  が各点において零に収束することを示し、 $\tilde{u}_n$  の Royden 分解の調和部分  $u_n$  に対して  $R_0$  上の関数列  $u_n \circ f_n$  が各点収束することを証明する。

この定理の系として、 $R_0, R_n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) が compact bordered リーマン面である場合に次の結果を得る。

$R_0$  の境界  $\partial R_0$  上有界な連続関数  $g$  に対して、 $g$  を境界値とする  $R_0$  上の Dirichlet 問題の解を  $u$  とし、 $g \circ f_n^{-1}$  を境界値とする  $R_n$  上の Dirichlet 問題の解を  $u_n$  とすれば、 $R_0$  上の関数列  $u_n \circ f_n$  は  $u$  に各点収束する。

この結果は、Dirichlet 問題に対して可解な一般の Borel 関数  $g$  に関しては必ずしも

成り立たないが、申請者は上の結果がこのような一般の Borel 関数  $g$  に対して成り立つための  $\{f_n\}$  のみたすべき一つの十分条件を与える。これを条件 (A) とよぶ。

この条件 (A) は 後述する第四章の定理を導くために準備する補題に再び現れる。

一般の開リーマン面  $R$  の二点  $a, b$  に対して

$$d_R(a, b) = \sup \left\{ |u(a) - u(b)| / D_R(u) : u \in HD(R), D_R(u) > 0 \right\}$$

とすれば、これは  $R$  上の擬距離であり、主として C. D. Minda によって研究されたものである。この擬距離関数について次の定理を得ている。

$R_0$  上の任意の二点  $a_0, b_0$  に対して数列  $d_{R_n}(f_n(a_0), f_n(b_0))$  は  $d_{R_0}(a_0, b_0)$  に収束する。

この証明のために次の補題を準備する。 $R_0, R_n (n=1, 2, \dots)$  が compact bordered リーマン面であるとき、 $R_0 - \overline{W}$  が連結であるような  $R_0$  の相対コンパクト開集合  $W$  に対して  $\{f_n\}$  が先の条件 (A) をみたすならば、 $R_0 - \overline{W}$  の任意の二点  $a_0, b_0$  に対して  $d_{R_n}(f_n(a_0), f_n(b_0))$  が  $d_{R_0}(a_0, b_0)$  に収束する。

この補題にある  $f_n$  に関する制限および二点  $a_0, b_0$  に関する制限を取り除くために R. Rochberg (Duke Math. J., 40 (1973)) の Teichmüller 空間に関連する一結果を用いる。

最後に開リーマン面  $R_0$  を近似する compact bordered リーマン面の正則列を考察して証明を完結する。

参考論文 1 においては開リーマン面の Heins-end の調和次元について考察し、あるクラスの開リーマン面においてアーベル微分に関する周期関係式を得て、Riemann-Roch の定理を導く。

参考論文 2 においては申請論文の状況の下で  $R_n (n=1, 2, \dots)$  は Widom 型であり、従って  $AB$ -分離可能でありながら、 $R_0$  は Widom 型でなくまた  $AB$ -分離可能でない例を与える。

## 論文調査結果の要旨

擬等角写像は現代関数論において重要な研究対象であり、Teichmüller 空間論のみならず、開リーマン面の理論においても強力な研究方法を与える。また等角写像および等角不変量は関数論における基本的な概念である。申請者は、擬等角写像列  $\{f_n\}$  の各 maximal dilatation  $K_n$  が 1 に収束する想定のもとに、この写像列による等角不変量の変動の状況を考察し、幾多の技術的困難を克服してその挙動を明らかにした。これは擬等角写像論に新しい有効な研究方法を拓くものであり、申請論文における擬距離を調和一次微分空間の周期再生微分のノルムに置き代えてその収束を論じる重要な問題への発展が予見される。なお参考論文 1 および 2、ともに有意義な研究結果を含むものであり、以上を総合して申請者のすぐれた学力と豊かな研究能力を知ることができ、今後の研究発展が期待される。よって志賀啓成の申請論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。

博士学位論文内容の要旨および審査の結果の要旨 第3号

---

昭和57年5月11日 発行

発行 京都産業大学

編集 京都産業大学大学院事務室

---